Szita-formulához kapcsolódó feladatok

Szita-formula: Tetszőleges H alaphalmaz és $A_1, \ldots, A_n \subset H$ részhalmazokra azon elemek száma, melyek egyik A_i-ben sincsenek benne éppen

$$|H| - (|A_1| + |A_2| + \ldots + |A_n|) + (|A_1 \cap A_2| + |A_1 \cap A_3| + \ldots + |A_{n-1} \cap A_n|) - \ldots +$$
$$+(-1)^k(|A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_k| + \ldots) + \ldots + (-1)^n|A_1 \cap \ldots \cap A_n|.$$

1. Egy osztályba 35 gyerek jár. Mindenki háromféle nyelvóra közül választhat: angol, francia és német. 4 tanuló választotta csak az angolt, 1 csak a franciát, 6 csak a németet. 3 tanuló választotta az angolt és a franciát (de a németet nem), 2 tanuló az angolt és a németet (de a franciát nem), 4 a franciát és a németet (de az angolt nem). Végül 5 gyerek tanulja mind a három nyelvet. Hányan nem járnak nyelvórára?

2. Egy osztályba 40 gyerek jár. Mindenki háromféle nyelvóra közül választhat: angol, francia és német. 18 tanuló tanul angolul, 25 franciául és 17 németül. 10 tanuló tanul angolt és franciát is, 9 angolt és németet, 11 franciát és németet. Végül 6 gyerek tanulja mind a három nyelvet. Hányan nem járnak nyelvórára?

3. Hány olyan szám van 1 és 1000 közt, mely nem osztható
a) se 2-vel, se 3-mal;
b) se 2-vel, se 3-mal, se 5-tel;
c) se 2-vel, se 3-mal, se 5-tel, se 6-tal?
d) se 2-vel, se 3-mal, se 5-tel, se 7-tel?

4. Hány olyan egész szám van 1 és 1000 között, mely nem osztható se 2-vel, se 3-mal, se 5-tel?

5. Hányféleképpen oszthatunk ki 10 különböző könyvet 5 embernek? És ha mindenkinek legalább egyet szeretnénk adni?

6. Hány olyan 12 betűs szó készíthető az a, a, b, b, c, c, d, d, e, e, f, f betűkből, melyben a szomszédos betűk nem lehetnek egyformák?

7. Hány olyan százjegyű szám van, melyben a nulla kivételével minden számjegy előfordul?