VÉGES MATEMATIKA II. ÖSSZEFOGLALÓ

A gyakorlaton szerepelt feladatok témakörök szerint (nem teljes lista), a megfelelő ötletekkel:

1. Síkgráfok: a) síkbarajzolhatóság eldöntése (lerajzolás vagy a Kuratowski tételre hivatkozás: K_5 vagy $K_{3,3}$ keresése a gráfban): 1/1

b) becslés az élszámra az Euler-formula felhasználásával, ha tudunk valamit a lapokról: múlt félévi $3n-6$ tétel, I/3,4, mintaZH 7.

Színezések: kell egy becslés a kromatikus számra (tipikusan alsó), valamint egy konkrét színezés ennyi színnel.

a) A kromatikus szám legalább r, ha van a gráfban r csúcsú teljes részgráf: I/5c,8, mintaZH 11.

b) a színosztályok független halmazok így $\chi \cdot \alpha \geq n$: I/5c,6

c) kapcsolat a páros gráfok és $\chi = 2$ között: I/5a,b

2. Párosítások páros gráfban:

A) Szöveges feladathoz páros gráf készítése (mátrix sorai/oszlopai, teknős/indián, őrök/őrhelyek, kártyaleosztás): II/1, III/2, III/6, III/7

B) A G páros gráfban a két osztály A és B, keresünk A-t fedő párosítást.

Ba) a Hall-feltétel ellenőrzése *minden* $X \subseteq A$-ra ... (gyakran az $|X|$ szerinti esetszétválasztással): II/1,2, III/1,2, mintaZH 4,6.

Bb) r reguláris (minden pont foka r) páros gráfban $|A| = |B|$ és létezik teljes párosítás, sőt a gráf r db éldiszjunkt teljes párosítás egyesítése. Más szóval r-reguláris páros gráf élei r színnel jól színezhetők (az élkromatikus szám r): II/6, III/4,5, III/7

Bc) fiktív pontok/élek hozzávétele, a gráf megduplázása (célszerű minél kevesebbet hozzávenni, lehetőleg a max. fokot ne növeljük, vagy a változást tudjuk kontrollálni): II/7, III/6, előadáson a Hall tétel visszevezetése a Frobenius tételre.

3. Párosítás nem páros gráfban: a) Tutte tétel alkalmazása (tipikusan teljes párosítás nem-létezésére, mutatni kell olyan X-et, amelynek elhagyásával $|X|$-nél több páratlan csúcsú komponens keletkezik): II/3.

b) A $\nu \leq n/2$ és a $\nu \leq \tau$ alkalmazása teljes párosítás nem-létezésére: II/4, és részben III/3 (ott páros gráfokról van szó)

4. Gráfparaméterek: fontos, hogy pl. az $\alpha = 10$ belátásához kell egy példa 10 pontú független halmazra, valamint egy indoklás arra, hogy miért nem lehet 11 pontú független halmaz. Jó tudni a Gallai összefüggéseket, ($\alpha + \tau = n$, $\nu + \varrho = n$, ez utóbbi, ha nincs izolált pont). Hasznos lehet a triviális $\nu \leq n/2$ is, valamint a kromatikus számnál látott $\chi \cdot \alpha \geq n$ is. Példák: III/5, mintaZH 5.

Hasonló jellegű az is, hogy adott gráfról meghatározzuk, hogy melyik a legnagyobb k, amelyre ő k-öf., vagy k-élöf. (A részletek 5. alatt.)

5. Többszörös összefüggőség:

A G gráf k-szorosan pontösszefüggő (k-öf.), ha legalább $k+1$ pontja van és k-nál kevesebb pontot törölve összefüggő marad. G k-élöf., ha k-nál kevesebb élt törölve összefüggő marad. Fontos: k-öf. erősebb a k-élöf.-nél (IV/4).

k-élöf. gráfban minden pont foka legalább k a def. miatt. A def. további alkalmazásai: IV/5, V/4, mintaZH 9,10. Dirac tétele: k-öf. gráfban k ponton van kör, ld.: V/5,6 és V/3 (ellenpélda a megfordításra). k-szoros pont/él összefüggőség és bármely s, t pontpár közötti k db közös belső pont nélküli út kapcsolata. Ugyanez S, T halmazra és diszjunkt utakra, illetve k-élöf. gráfokra és éldiszjunkt utakra.

Speciálisan 2-öf. gráfokkal kapcsolatos dolgok: G akkor és csak akkor 2-öf., ha bármely két pontján (élén) van kör. Minden csúcshoz van olyan feszítőfa, amelyben ő elsőfokú. Példák: IV/6 V/1,2, mintaZH 8,

összefüggő, de nem 2-öf. gráfok elképzelése: "egy csúcsnál összeragasztott részek", pl.: IV/7, mintaZH 8.

6. Lineáris rekurziók: a) másodrendű rekurzió megoldása, 2,1,0 valós gyök esetére

b) rekurzió keresése adott sorozathoz

c) szöveges feladatból rekurzió felírása és megoldása

Ez lényegében a 6. feladatsor, ld. még mintaZH 1,2,3.

Nagyjából ezek a témák várhatók a ZH-ban.