

Véges matematika minta zh

1. Oldjuk meg a következő rekurziókat:

a) $a_1 = a_2 = 3$, $n \geq 3$ -ra pedig $a_n = 3a_{n-1} + a_{n-2}$;

b) $a_1 = 5$, $a_2 = 1$, $n \geq 3$ -ra pedig $a_n = 2a_{n-1} - 5a_{n-2}$;

c) $a_1 = 5$, $a_2 = 1$, $n \geq 3$ -ra pedig $a_n = -10a_{n-1} - 25a_{n-2}$;

2. Keressünk olyan rekurziót, melynek megoldása $a_n = (2n + 1)3^n$!

3. Hány olyan 100 hosszúságú kockadobás-sorozat van, melyben nincs két 6-os közvetlenül egymás után?

4. Egy páros gráfban $|A| = |B|$ és az A csúcsosztályára teljesül, hogy bármely $X \subset A$, $X \neq \emptyset$, $X \neq A$ esetén $|G(X)| \geq |X| + 1$. Mutassuk meg, hogy bármely élet kiválasztva van olyan teljes párosítás, melyben szerepel a kiválasztott él!

5. Legyen a G gráf a k hosszúságú kör komplementere. Határozzuk meg G -ben az α , ν , τ , χ és ρ paramétereket!

6. Egy páros gráfról a következőket tudjuk: az A csúcsosztály mérete n , a B csúcsosztályé legalább n . Az A -beli pontok mindegyikének foka $n - 1$, a B -beli pontoké legalább 1. Mutassuk meg, hogy van A -t fedő párosítás.

7. Egy n csúcsú, összefüggő, egyszerű síkgráf minden lapját legalább 5 él határolja. Mutassuk meg, hogy legfeljebb $(5n - 10)/3$ éle van!

8. Egy legalább 1 élű és legalább 3 csúcsú gráfról tudjuk, hogy bármely v csúcshoz és e élhez van olyan kör, mely tartalmazza v -t és e -t. Mutassuk meg, hogy a gráf kétszeresen pont-összefüggő!

9. Bizonyítsuk be, hogy egy n csúcsú, k -szorosan él-összefüggő gráfnak legalább $k \cdot n/2$ éle van! Igaz-e ugyanez k -szorosan pont-összefüggő gráfra?

10. Mutassuk meg, hogy ha egy k -szorosan él-összefüggő gráfból elhagyunk legfeljebb $(3k - 1)/2$ élt, akkor legfeljebb 2 komponens keletkezik!

11. Legyen a G gráf csúcsainak halmaza $\{1, \dots, 32\}$ és (i, j) legyen pontosan akkor él, ha i osztható j -vel vagy j osztható i -vel (és persze $i \neq j$). Mennyi G kromatikus száma?