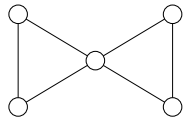


Véges matematika 1/IX. normál gyakorlat

1. Hány feszítő részgráfja, feszítő fája, ill. feszítő útja (olyan feszítő fa, ami út) van az alábbi gráfnak? (Számított csúcsok esetén; azaz az izomorf, de különböző részgráfokat megkülönböztetjük.) És hány olyan feszített részgráfja van, mely izomorf egy három, négy, öt, illetve hat hosszú körrel?

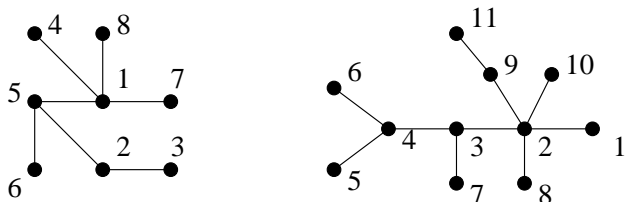


2. Hány éle van annak a 100 csúcsú gráfnak, melynek 5 komponense van, melyek mindegyike fa? Általában hány éle van egy n csúcsú, k komponensű körmentes gráfnak?

3. Mutass két olyan számított fát, melyek nem azonosak, de izomorfak!

4. Határozd meg az alábbi fák Prüfer kódját!

FIGYELEM! Az bal oldali fán 8 helyett 0, a jobb oldali fán 11 helyett 0 a csúcs sorszáma!!!



5. Rajzoljuk le azt a fát, melynek Prüfer kódja a) 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3; b) 2, 5, 10, 1, 9, 3, 8.

6. Válasszuk meg x értékét úgy, hogy az alábbi Prüfer-kód olyan fát kódoljon, melynek minden foka páratlan: 2, 3, x , 3, 2, 4, 4, 3.

7. Hány olyan fa van n számított csúcson,

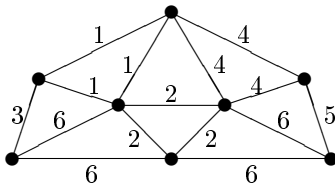
a) ami nem egy csillag;

b) amelynek minden csúcsa legfeljebb másodfokú;

c) amelyben az 1 indexű csúcs egy fokú;

d) amelyben pontosan 10 levél van, mégpedig az 1, 2, ..., 10 indexű csúcsok ($n \geq 11$)?

8. Adjuk meg az ábrán látható gráf egy minimális súlyú feszítőfáját! Hány különböző minimális súlyú feszítőfája van?



9. Van-e olyan 8 csúcsú fa, melyben a csúcsok fokszámai az alábbiak: a) 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2;

b) 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3; c) 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 4; d) 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3?

10. Mutass olyan véges összefüggő gráfot, melyre teljesül, hogy

a) van olyan éle, melyet törölve öf. marad;

b) van olyan csúcsa, melyet törölve öf. marad;

c) bármely élet törölve öf. marad;

d) bármely csúcsát törölve öf. marad;

e) van olyan éle, melyet törölve nem marad öf.;

f) van olyan csúcsa, melyet törölve nem marad öf.;

g) bármely élet törölve nem marad öf.

h) bármely csúcsát törölve nem marad öf.

HF1. Írd le Cayley tételét! (2 pont)

HF2. Legyen G összefüggő, egyszerű, legalább két csúcsú gráf, v pedig egy csúcsa. Bizonyítsuk be, hogy ha a v törlése után keletkező G' gráf összefüggő, akkor van olyan feszítő fája G -nek, melynek v egy levele! (4 pont)

HF3. Olyan fát szeretnék készíteni, melyben csak két különböző fokszám fordul elő: az egyik fajta 9-szer, a másik fajta 92-szer. Mi lehet a szóban forgó két fokszám? (4 pont)