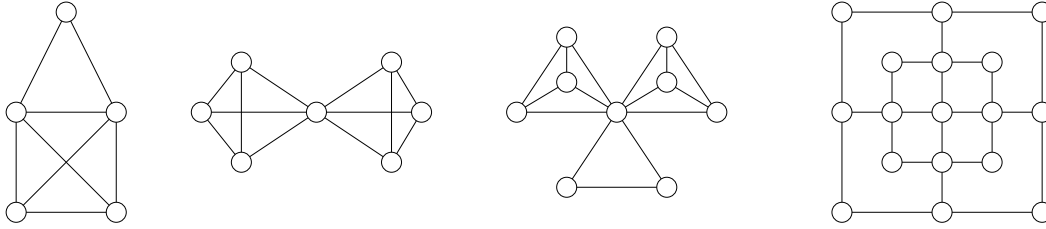


Véges matematika 1/VIII. normál gyakorlat

1. Van-e Hamilton-kör az itt látható gráfokban? És Hamilton-út?



2. Legyen a G gráf csúcshalmaza $\{1, 2, \dots, 100\}$. Van-e G -ben Hamilton-út, ha az éleket a következőképpen adjuk meg: (i, j) pontosan akkor él, ha

a) $0 < |i - j| \leq 2$;

b) $|i - j| = 2$ vagy 3 ;

c) $i \mid j$ vagy $j \mid i$;

d) $|i - j| > 23$?

(Négy alfeladatban négy különböző gráfról van szó.)

3. Egy sakktáblát szeretnénk bejárni lóugrásban úgy, hogy minden mezőre pontosan egyszer lépjünk. Lehetséges-e ez, ha a tábla a) 4×4 -es; b) 5×5 -ös; c*) 3×5 -ös?

4*. Mutassunk olyan egyszerű gráfot, amelyben nincs Hamilton-út, de a csúcstörlés kritériummal ezt nem lehet kimutatni!

5. Van-e olyan 10 pontú gráf, amelyben van zárt Euler-vonal, és a csúcsok fokszámainak összege 34?

6. Elhelyezhető-e 15 ló egy 20×20 -as sakktáblára úgy, hogy mindegyik

a) pontosan három másik lovat üssön?

b) pontosan kettő másik lovat üssön?

HF1. Definiáld a következő gráfelméleti fogalmat: Euler-körvonal! (2 pont)

HF2. Az alábbi palotaalaprajz szerint

a) legkevesebb hány ajtót kellene befalazni ahhoz, hogy tehessünk olyan sétát, amely során minden ajtón pontosan egyszer megyünk át? (2 pont)

b) És ha még vissza is akarunk érni a kiindulási terembe? (2 pont)

HF3. Mutasd meg, hogy a jobb oldali gráfban

a) van Hamilton-út és -kör (pl. a csúcsok megfelelő felsorolásával); (2 pont)

b) nincs olyan Hamilton-kör, melyben az X és Y szomszédosak! (2 pont)

