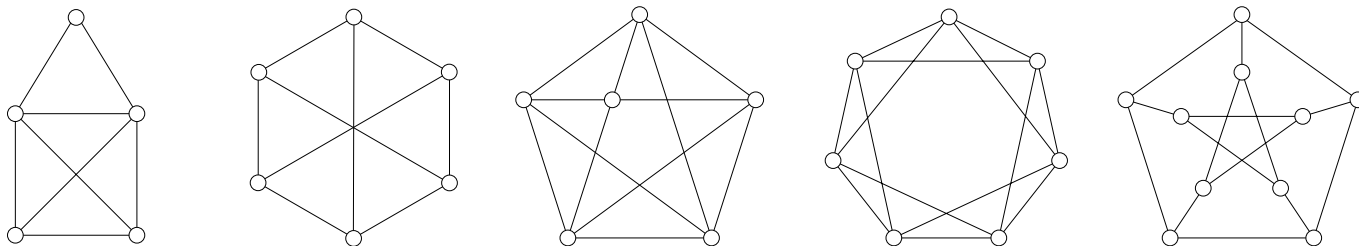


Véges matematika 1/X. normál gyakorlat

1. Síkbarajzolhatóak-e az alábbi gráfok? Nemleges válasz esetén Kuratowski tételét használd az indokláshoz!



2. Igaz-e, hogy ha egy n csúcsú gráfnak legfeljebb $3n - 6$ éle van, akkor biztosan síkbarajzolható?

3. Mutass olyan **a)** 5; **b)** 6; **c)** 7; csúcsú síkbarajzolható gráfot, melynek a komplementere is síkbarajzolható!

4. Bizonyítsd be, hogy egy legalább 11 csúcsú gráf és a komplementere közül legalább az egyik nem síkbarajzolható! Van-e olyan 11 csúcsú, nem síkbarajzolható gráf, melynek a komplementere sem síkbarajzolható?

5. Egy gömbre keresztezés nélkül felrajzolunk egy egyszerű, 16 élű, 4-reguláris gráfot (azaz minden csúcs foka négy). Hány tartománya lesz?

6. Egy egyszerű, síkbarajzolható gráfban a minimális fokszám 5. Mutassuk meg, hogy ekkor a gráfnak legalább 12 darab ötödfokú pontja van. Vajon lehet pontosan 12?

7. Módosítsuk az Euler-formulát k összefüggőségi komponensből álló síkgráfokra!

8. Egy összefüggő, síkbarajzolt gráf minden tartományát négy él határolja.

a) Mutassuk meg, hogy pontosan kétszer annyi éle van, mint tartománya!

b) Hány éle és hány tartománya van, ha a csúcsok száma 20?

9. Legyen G egy síkbarajzolt gráf, és legyen T egy tetszőleges tartománya. Mutassuk meg, hogy van olyan lerajzolása G -nek, ahol a T tartományt határoló élek a végtelen tartományt határolják!

HF1. Írd le Kuratowski tételét! (2 pont)

HF2. Egy 20 csúcsú konvex poliédernek 12 lapja van. Hány oldala van az egyes lapoknak, ha tudjuk, hogy ez a szám minden lapra azonos? (4 pont)

HF3. Egy egyszerű gráf tartalmaz három, páronként éldiszjunkt feszítőfát. Mutassuk meg, hogy ekkor a gráf tartalmazza részgráfként K_5 -nek vagy $K_{3,3}$ -nak a soros bővítését (=élosztott példányát)! (4 pont)