

## Véges matematika 1/XII. normál gyakorlat Mintazárthelyi a 2. anyagrészhez

1. A lap alján jobbra látható gráfban a csúcsok városok (illetve egy az Északi-sark), az élek pedig légi folyosók. Igazoljuk, hogy a Mikulás az Északi-sarkról indulva nem tudja úgy kihordani az ajándékokat a városokba, hogy minden városban pontosan egyszer járjon, és munkája végeztével az utolsó városból közvetlenül hazarepüljön.
2. Egy egyszerű gráfnak egy hóján minden foksámát meg tudtam állapítani, ezek az alábbiak: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Mi lehet a hiányzó foksám? (Ha egy értéket ki szeretnénk zárni, a Hakimi-algoritmus elakadását most nem szabad érvként használni.)
3. a) Rajzold föl azt a fát, melynek Prüfer-kódja 6, 6, 8, 4, 3, 3, 0, 0.  
b) Hány olyan számozott fa van, melynek foksámsorozata tíz darab egyesből és négy darab négyesből áll?
4. Legyen a  $G$  gráf csúcshalmaza  $\{1, 2, \dots, 100\}$ , és egy  $i$  és egy  $j$  csúcs pontosan akkor legyen összekötve, ha  $|i - j| \geq 19$ . Mennyi  $\chi(G)$ ?
5. Mutasd meg, hogy bárhogyan próbáljuk lerajzolni a  $K_8$ -at a síkba, létrejön legalább 10 élkeresztződés!
6. Legkevesebb hány új élt kell behúzni ahhoz a lap alján, bal oldalon látható gráfba, hogy legyen benne Euler-vonal? Mutassunk is példát megfelelő élek behúzására!
7. A  $G$  egyszerű gráfnak 100 csúcsa van, és minden csúcs foka 55. Bizonyítsd be, hogy el lehet hagyni  $G$ -ből 50 élt úgy, hogy a megmaradt gráfban legyen zárt Euler-vonal.

